2026年
第36回 日本数学オリンピック
本 選 問 題

受験生への注意事項

試験開始の指示のあるまで, 問題は見ないこと.

分度器・電卓・パソコン・携帯電話, またノートや参考書等の使用は厳禁です.

携帯電話等の電源は切っておくこと.

問題は 5 問, 試験時間は 4 時間, 解答用紙は 5 枚 (各問題につき 1 枚) です.

配点は各問 8 点, 合計 40 点です.

証明が完結していない場合でも部分点を与えることがあります.

解答用紙の裏面を用いるときは「裏面につづく」と記入すること.

解答用紙の追加はできません.

5 枚の解答用紙の記入欄の各々(おのおの)に, 受験番号・氏名を記入すること.

解答用紙への記入に使用できる筆記用具は鉛筆, シャープペンシル, ボールペン (色つき可) です.

解答用紙と受験票を回収します.

2026 年 2 月 11 日

(公財) 数学オリンピック財団

2026年日本数学オリンピック本選

(公財) 数学オリンピック財団

問　　題[*1]

2026年2月11日 試験時間4時間5題

1. $AB < AC$ なる鋭角三角形 ABC があり, その外心を O, $\angle BAC$ の二等分線と辺 BC の交点を D とする. 半直線 DO 上に相(あい)異なる2点 P, Q をとると, これらはいずれも直線 AC に関して B と反対側かつ直線 AB に関して C と同じ側にあり, 3点 D, P, Q はこの順に並んだ. また, $AB = BP$, $AC = CQ$ および $\angle ABP = \angle ACQ$ が成り立った. このとき, $\angle BAC$ の大きさを求めよ. ただし, XY で線分 XY の長さを表すものとする.

2. 正の奇数からなる数列 $a_1, a_2, \ldots$ が任意の正の整数 n について次の条件をみたしている.

a_{n+1} より大きく a_n と互いに素な奇数のうち最小のものは a_{n+2} である.

このとき, 正の整数 C が存在して任意の正の整数 n に対して $|a_n - 2n| \leqq C$ が成り立つことを示せ.

3. n を2以上の整数とし, m を $2n$ 以上の整数とする. 正 m 角形の頂点のうち相異なる $2n$ 個を選び, このうち n 個を赤く, 残りの n 個を青く塗ったところ, 次が成り立った.

赤く塗られた相異なる2点と, 青く塗られた相異なる2点をどのように選んでも, 赤く塗られた点どうしの距離と青く塗られた点どうしの距離は一致しない.

このとき, m としてありうる最小の値を n を用いて表せ.

4. 実数に対して定義され実数値をとる関数 f であって, 任意の実数 x, y に対して

$$f\big(x^2 + f(y)^2\big) + 2f(x)y = f\big(x + f(y)\big)^2$$

が成り立つようなものをすべて求めよ.

5. 3 次元空間内に平面 π がある．π 上に二等辺三角形でない三角形 ABC があり, その内心を I とする．このとき, ある三角形 $\mathcal{T}$ が存在して, π 上にない点 P であって

$$AP \cdot BC = BP \cdot CA = CP \cdot AB$$

をみたすものすべてについて以下が成り立つことを示せ.

三角形 BCP, CAP, ABP の内心をそれぞれ I_A, I_B, I_C とする．三角形 II_BI_C の外接円, 三角形 II_CI_A の外接円, 三角形 II_AI_B の外接円が π とそれぞれ I でない点 X, Y, Z で交わっているとき, 三角形 XYZ は $\mathcal{T}$ と相似である.

ただし, UV で線分 UV の長さを表すものとする.

以上